

Triangle rectangle et cercle circonscrit

Objectifs :

Connaître les propriétés d'un triangle rectangle

Savoir démontrer qu'un triangle est rectangle

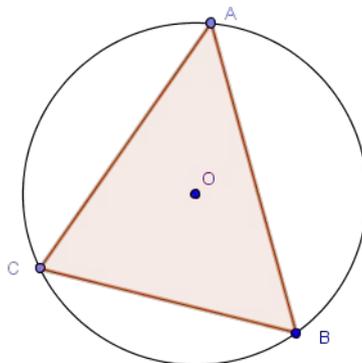
Savoir calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

1. Triangles et cercles (rappels)

Définition (rappel)

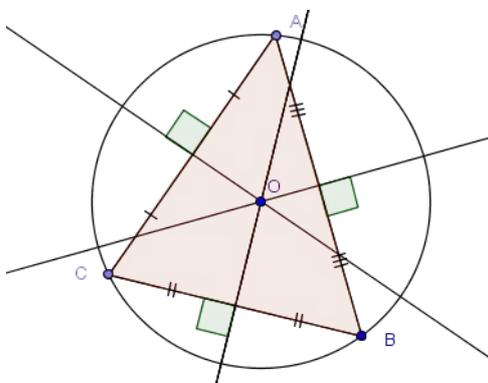
Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle passant par ses trois sommets.

Exemple :



Propriété (rappel)

Dans un triangle, le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.



Preuve :

Notons O l'intersection des deux médiatrices des segments [AB] et [AC].

O est sur la médiatrice de [AB] donc $OA = OB$

O est sur la médiatrice de [AC] donc $OA = OC$

on en déduit $OB = OC$, donc O est sur la médiatrice du segment [BC].

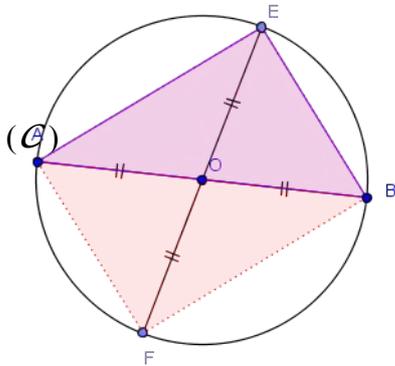
Les trois médiatrices sont donc concourantes en O, et O est le centre du cercle passant par les trois points A, B et C. CQFD

Lien mathxy : http://www.mathxy.fr/05_geogebra/cercle_circonscrit.html

2. Triangle rectangle et cercle circonscrit

Propriété

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit.



Preuve (voir DM n°3):

Les diagonales du quadrilatère AEBF se coupent en leur milieu et sont de même longueur, donc ce quadrilatère est un rectangle.

On en déduit que le triangle ABE est rectangle en E

méthode pour prouver qu'un point est sur un cercle

Si un angle \widehat{AMB} est droit, alors le point M appartient au cercle de diamètre $[AB]$.

méthode pour prouver qu'un angle est droit

Si un point M appartient à un cercle de diamètre $[AB]$, alors l'angle \widehat{AMB} est droit.

3. Triangle rectangle et médiane

Propriété

Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Preuve :

cette propriété se déduit directement de la propriété précédente ($2EO = AB$)

méthode pour prouver qu'un triangle est rectangle

Dans le triangle ABC, O est le milieu de $[AB]$ et on a : $AB = 8$ cm, $OC = 4$ cm

$[OC]$ est la médiane relative à $[AB]$
et $AB = 2OC$

donc le triangle ABC est rectangle en C

